

EJEMPLOS DE TEORÍA DE COLAS

Resolución con Win-QSB

PROBLEMA 1.

El Banco Nacional de Occidente piensa abrir una ventanilla de servicio en automóvil para servicio a los clientes. La gerencia estima que los clientes llegarán a una tasa de 15 por hora. El cajero que estará en la ventanilla puede atender clientes a una tasa de uno cada tres minutos.

Suponiendo que las llegadas son de Poisson y que el servicio es exponencial, encuentre:

1. La utilización del cajero.
2. El número promedio en cola.
3. Número promedio en el sistema.
4. Tiempo promedio de espera en cola.
5. Tiempo promedio de espera en el sistema (incluyendo el servicio).

Por la disponibilidad limitada de espacio y el deseo de proporcionar un nivel de servicio aceptable, el gerente del banco quisiera asegurar, con un 95% de certeza que los clientes no tengan que esperar y sean atendidos inmediatamente. Para ello tiene dos opciones: conseguir que el empleado de la ventanilla trabaje más rápido, o poner más empleados conservando la misma tasa de servicio. Evaluar las dos posibilidades.

PROBLEMA 2.

En el departamento de servicio del concesionario de automóviles Glenn-Mark, los mecánicos que necesitan recambios para la reparación o el servicio de un automóvil presentan sus formularios de solicitud en el mostrador del departamento de recambios. El empleado del departamento llena una solicitud y va a buscar el repuesto que le ha pedido el mecánico. Los mecánicos llegan en forma aleatoria (Poisson) a una tasa de 40 por hora mientras que el empleado puede completar 20 solicitudes por hora (exponencial). Si el coste de un empleado del departamento de recambios es de 6 \$/hora y el de un mecánico es de 12 \$/hora, determinar el número óptimo de empleados para el mostrador. (Por la alta tasa de llegadas, se puede suponer una población infinita)

PROBLEMA 3.

Una empresa de ingeniería contrata a un especialista técnico para que auxilie a cinco ingenieros de diseño que trabajan en un proyecto. El tiempo de ayuda del especialista varía considerablemente; algunas de las respuestas las tiene en la cabeza; otras requieren cálculos; y otras más requieren mucho tiempo de investigación. En promedio, el especialista tarda una hora con cada solicitud.

Los ingenieros requieren el apoyo del especialista una vez al día, en promedio. Puesto que cada ayuda tarda aproximadamente una hora, cada ingeniero puede trabajar siete horas, en promedio, sin ayuda.

1. ¿Cuántos ingenieros, en promedio, esperan ayuda del especialista técnico?
2. ¿Cuál es el tiempo promedio que tiene que esperar un ingeniero al especialista?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que un ingeniero tenga que esperar en cola al especialista?

PROBLEMA 4.

L. Winston Martín es un alergólogo de Tucson con un excelente sistema para atender a sus clientes habituales que sólo van por inyecciones antialérgicas. Los pacientes llegan por una inyección y llenan una papeleta, la cual se coloca en una rendija que comunica con otra sala, donde están una o dos enfermeras. Se preparan las inyecciones específicas para un paciente y se le llama por el sistema de megafonía para que pase a la sala para la inyección. A ciertas horas del día, baja la carga de trabajo y solo se requiere una enfermera para aplicar las inyecciones.

Centrémonos en el más sencillo de los dos casos, es decir, cuando sólo hay una enfermera. Suponga también que los pacientes llegan de forma aleatoria y que la tasa de servicio de una enfermera está distribuida exponencialmente. Durante el periodo más lento, los pacientes llegan aproximadamente cada tres minutos. La enfermera necesita dos minutos para preparar el suelo del paciente y aplicar la inyección.

1. ¿Cuál es promedio de personas que estarían en el consultorio del Dr. Martín?
2. ¿Cuánto tiempo tardaría una persona en llegar, recibir la inyección y salir?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que estén tres o más pacientes en el consultorio?
4. ¿Cuál es la utilización de la enfermera?

PROBLEMA 5.

Una empresa de reproducción gráfica tiene cuatro unidades de equipo automáticas, pero que en ocasiones están fuera de servicio porque requieren suministros, mantenimiento o reparación. Cada unidad requiere mantenimiento aproximadamente 2 veces por hora o, para ser más precisos, cada unidad de equipo funciona durante un promedio de 30 minutos antes de requerir servicio. Los tiempos de servicio varían, desde un mantenimiento sencillo (como oprimir un botón de reinicio o colocar el papel) hasta una complicada operación de desmontaje del equipo. Sin embargo, el tiempo promedio de servicio es de cinco minutos.

El tiempo de inactividad del equipo ocasiona una pérdida de 20 dólares por hora. El único empleado de mantenimiento recibe 6 \$/hora. Utilice el análisis de colas con población finita para calcular:

1. El número promedio de unidades en cola.
2. El número promedio de unidades en operación.
3. El número promedio de unidades en el sistema de mantenimiento.
4. La empresa piensa contratar a otro empleado de mantenimiento a 6 \$/hora. ¿Debe hacerlo?

PROBLEMA 6.

Durante la feria, el puesto de coches de choque tiene el problema de que los coches se averían y requieren reparaciones con demasiada frecuencia. Se puede contratar personal para las reparaciones a 15 \$/hora, pero sólo trabajan en equipo, es decir, si se contrata a una persona, trabaja sola; si son dos, tres o cuatro personas, sólo pueden trabajar juntas en la misma reparación.

Una única persona puede reparar vehículos en un tiempo promedio de 30 minutos; dos personas tardan 20; tres tardan 15 minutos y cuatro, 12 minutos. Si un vehículo está inactivo, las pérdidas ascienden a 20 \$/hora. El promedio de averías en vehículos es de dos por hora (suponer población infinita y todas las distribuciones exponenciales).

¿A cuántas personas hay que contratar para las reparaciones?

PROBLEMA 7.

Una tienda de bebidas ha determinado que es económicamente factible añadir una ventanilla para dar servicio a los automóviles, con espacio para dos vehículos: uno en la ventanilla y otro esperando. El dueño quiere saber si le conviene alquilar más espacio de espera.

Se espera que los automóviles lleguen (según una distribución de Poisson) a una tasa de ocho por hora. En la ventanilla se puede atender a una tasa de 10 automóviles por hora (exponencial). Cada transacción deja un beneficio de 1 \$, y el dueño piensa abrir 12 horas al día, 6 días por semana y 52 semanas al año. Los espacios adicionales cuestan 2000 \$/año cada uno. ¿Cuántos vale la pena alquilar?.

PROBLEMA 8.

Se trata de elegir entre dos tipos de equipo de manejo de materiales, A y B, para transportar cierto tipo de bienes entre distintos centros de producción dentro de un taller. La necesidad de una unidad de este equipo para mover una carga es en esencia aleatoria (es decir, sigue un proceso de entradas Poisson) con una tasa media de 4 por hora. El tiempo total requerido para mover una carga sigue una distribución exponencial, con media 12 minutos con el equipo A y 9 minutos con el B. El coste total uniforme equivalente por hora (coste de recuperación de capital más el coste de operación) sería 50 \$ para A y 150 \$ para B. Se estima que el coste de los bienes inútiles (en espera de ser transportados o en tránsito) causados por el aumento de inventario de materiales en proceso es 20 \$/hora y carga. Además, la programación de trabajo en los centros de producción proporciona sólo una hora entre la terminación del proceso de una carga en un centro y la llegada de esa carga al siguiente centro. Así, debe asociarse un coste de 100 \$/carga y hora de retraso (incluyendo el tránsito) después de la primera hora, por pérdida de producción debida al personal y equipo desocupados, costes extras para acelerar la producción y supervisarla, etc. Suponiendo que sólo se comprará un equipo de manejo de materiales, ¿cuál de los dos deberá seleccionarse?

PROBLEMA 9.

Una compañía ferroviaria pinta sus propios vagones de ferrocarril según se van necesitando. La alternativa 1 consiste en proporcionar dos talleres de pintura en los que se pinta a mano (un vagón cada vez en cada taller), con un coste total anual de 300.000 \$. El tiempo de pintado para cada vagón es de seis horas (exponencial). La alternativa 2 consiste en proporcionar un taller de pintura aerosol que implica un coste anual de 400.000 \$. En este caso, el tiempo de pintado por vagón (de nuevo uno a la vez) es de tres horas (también exponencial). Para ambas alternativas, los vagones llegan de acuerdo a un proceso Poisson con una tasa media de 1 cada 5 horas. El coste por vagón inutilizado es de 50 \$/hora. ¿Qué alternativa debe elegir la compañía ferroviaria? Supóngase que los talleres de pintura siempre están abiertos, es decir, trabajan $(24) \cdot (365) = 8760$ horas por año.

PROBLEMA 10.

Se está estudiando un pequeño negocio de lavado de autos. Los clientes llegan de acuerdo a un proceso Poisson con una tasa media de 15 por hora y solo se puede lavar un coche a la vez. El tiempo que se requiere para lavar un auto sigue una distribución exponencial con tasa media de 4 minutos. También se ha observado que los clientes que llegan cuando hay 4 coches en el sistema (incluyendo el que se está lavando), se van y llevan su auto a otro lado. La pérdida de la ganancia incremental por cada cliente que se va es de 3 \$.

Se han hecho dos propuestas. La propuesta 1 incluye agregar cierto equipo, a un coste capitalizado de 3 \$/hora, que reduciría el tiempo esperado de lavado a tres minutos. Además, se daría una garantía a cada cliente que llega de que si tiene que esperar más de media hora para que le entreguen su auto listo, tendrá derecho a un lavado gratuito (a un coste marginal de 2 \$ para la compañía). Esta garantía se publicará en un letrero, por lo que se piensa que no se perderán más clientes.

La propuesta 2 consiste en obtener el equipo más avanzado que existe, a un coste incremental de 10 \$/hora, en el que cada vehículo pasaría por dos ciclos sucesivos. El tiempo requerido para un ciclo sigue una distribución exponencial de media un minuto, es decir, el tiempo total esperado de un lavado sería de dos minutos. Se piensa que el aumento de velocidad y eficiencia hará que ningún cliente que llegue se vaya.

El dueño piensa que en el análisis de las alternativas debe incluirse la pérdida de imagen (que podría derivar en pérdida de clientes en el futuro), cuando los clientes tienen que esperar antes de que se comience a lavar su automóvil, con un coste de 0,1 \$/minuto de espera.

Evalúe el coste total esperado por hora del estado actual, de la propuesta 1 y de la propuesta 2 para determinar cuál debe elegirse.

PROBLEMA 11.

El gerente de un banco debe determinar cuántos cajeros deben trabajar los viernes. Por cada minuto que un cliente espera en la cola, se supone que se incurre en una pérdida de 0,05 \$. Al banco llegan un promedio de 2 clientes por minuto. En promedio, un cajero tarda 2 minutos en tramitar la transacción de un cliente. Al banco le cuesta 9 \$/hora la contratación de un cajero. Los tiempos entre llegadas y los tiempos de servicio son exponenciales.

PROBLEMA 12.

En un hospital se recibe un promedio de 20 solicitudes de ambulancias por hora. Una ambulancia necesita un promedio de 20 minutos para recoger un paciente y llevarlo al hospital. La ambulancia queda disponible entonces para recoger otro paciente. ¿Cuántas ambulancias debe tener el hospital para asegurar que no haya más del 1% de probabilidades de no poder atender de inmediato una solicitud de ambulancias?. Suponga que los tiempos entre solicitudes están distribuidos exponencialmente.

PROBLEMA 13.

La Newcoat Painting Company, durante largo tiempo, ha tenido una alta demanda de su servicio de pintura de automóviles. Como ha tenido que rechazar trabajos, a la gerencia le preocupa que la causa de la pérdida de ingresos sea el espacio restringido de que dispone para guardar los automóviles que tiene que pintar. Al lado de las instalaciones hay un pequeño solar vacío, que se ofrece en renta a un coste de 10 \$/día. La gerencia cree que cada cliente perdido supone 20 \$ de pérdidas. Se calcula que la demanda actual es de 21 automóviles por día con tiempos exponenciales entre llegadas, incluyendo los que debe rechazar por no haber espacio para la espera, y el taller puede dar servicio a 24 coches por día (exponencial). El espacio de espera está limitado actualmente a 9 autos, pero si se alquila el solar adjunto, se puede aumentar a 20 vehículos en total. Newcoat desea saber si le se debe alquilar el solar vacío. También se desea conocer las pérdidas diarias por culpa de rechazar trabajos, actualmente y si se alquila el solar. Sólo se puede pintar un coche a la vez.

PROBLEMA 14.

El departamento de investigación de operaciones de una universidad tiene dos líneas telefónicas. Un promedio de 30 personas por hora tratan de llamar al departamento, y la longitud promedio de cada llamada es de 1 minuto. Si una persona trata de llamar cuando ambas líneas están ocupadas, cuelga y se pierde del sistema. Suponer que el tiempo entre las llamadas que tratan de comunicarse, así como los tiempos de servicio, son exponenciales.

1. ¿Qué fracción del tiempo estarán libres ambas líneas? ¿Qué fracción de tiempo están ocupadas las dos? ¿Qué fracción de tiempo habrá desocupada exactamente una línea?
2. En promedio, ¿cuántas líneas están ocupadas?
3. En promedio, ¿cuántas solicitudes colgarán cada hora?

SOLUCIONES

1 $\rho=0.75$
 $Lq=2.25$
 $L=3$
 $Wq=9$ minutos
 $W=12$ minutos
 $Pw \leq 0.05 \Rightarrow \mu=5$ cl/minuto
 $Pw \leq 0.05 \Rightarrow s=3$ servidores

8 A $\Rightarrow 130$ \$/h
 B $\Rightarrow 180$ \$/h

2 $s=4 \Rightarrow$ Coste Total=26\$/hora

9 1 $\Rightarrow 127$ \$/h
 2 $\Rightarrow 120$ \$/h

3 $Lq=2.44$
 $Wq=2.49$ horas
 $Pw=98.22\%$

10 Actual $\Rightarrow 16.2$ \$/h
 Alt 1 $\Rightarrow 16.5+0.202=16.7$ \$/h
 Alt 2 $\Rightarrow 13$ \$/h

4 $L=2$
 $W=6$ minutos
 $P(L>2)=30\%$
 $\rho=66.67\%$

11 $s=4 \Rightarrow$ Inestable
 $s=5 \Rightarrow 0.86$ \$/min
 $s=6 \Rightarrow 0.92$ \$/min

5 $Lq=1.61$
 $4-L=1.43$
 $L=2.57$
 $M/M/1//4 \Rightarrow 57.40$ \$/h
 $M/M/2//4 \Rightarrow 48.08$ \$/h

12 $s=13 \Rightarrow Pw=2.1\%$
 $s=14 \Rightarrow Pw=0.9\%$

6 2 personas $\Rightarrow 70$ \$/h
 3 personas $\Rightarrow 65$ \$/h
 4 personas $\Rightarrow 73.3$ \$/h

13 Actual Q=10 Cost Baked=17,94 \$/dia
 Total Cost=17,94 \$/dia
 Actual Q=21 Cost Baked= 3,35 \$/dia
 Total Cost=13,35 \$/dia

7 Q=2 $\Rightarrow \lambda_{efect}=5$ c/h $\Rightarrow B^{\circ}=22089$ \$/año
 Q=3 $\Rightarrow \lambda_{efect}=6.61 \Rightarrow B^{\circ}=22747$ \$/año
 Q=4 $\Rightarrow \lambda_{efect}=7.02 \Rightarrow B^{\circ}=22282$ \$/año

14 $P0=61.5\%$
 $P2=7.6\%$
 $P1=0.3\%$